

Vocabulaire

- Définition : une équation est **une expression** dans laquelle il y a toujours un **signe égal** et une ou plusieurs **inconnues** désignées chacune par une ou plusieurs **lettres**.

Exemple 1 : $2x^2 - 5 = x + 10$ est une équation où l'inconnue est désignée par la lettre x . Cette équation a deux membres : $2x^2 - 5$ (membre de gauche) et $x + 10$ (membre de droite).

- Définition : **résoudre une équation** d'inconnue x , c'est **déterminer toutes les valeurs** de x (si elles existent) pour que **l'égalité soit vraie**. Chacune de ces valeurs est appelée **solution de l'équation**.

Exemple 2 : Les solutions de l'équation $2x^2 - 5 = x + 10$ sont les valeurs du nombre x pour lesquelles l'égalité $2x^2 - 5 = x + 10$ est vérifiée.

Exemple 3 : 3 est-il une solution de l'équation $2x^2 - 5 = x + 10$?

Pour $x = 3$, on calcule séparément $2x^2 - 5$ et $x + 10$:

$$\begin{array}{l} \rightarrow 2x^2 - 5 = 2 \times 3^2 - 5 = 2 \times 9 - 5 = 13 \\ \rightarrow x + 10 = 3 + 10 = 13 \end{array}$$

On constate qu'il y a égalité donc 3 est une solution de l'équation $2x^2 - 5 = x + 10$.

Résolution d'équations

- Propriété : une égalité **reste vraie** si on **ajoute** ou si on **soustrait** un **même nombre** à ses **deux membres**.

Cette propriété se transcrit mathématiquement de la manière suivante :

Pour tout nombre a , b et c : « Si $a = b$, Alors $a + c = b + c$ ».

Pour tout nombre a , b et c : « Si $a = b$, Alors $a - c = b - c$ ».

- Propriété : une égalité **reste vraie** si on **multiplie** ou si on **divise** ses **deux membres** par un **même nombre non nul**.

Cette propriété se transcrit mathématiquement de la manière suivante :

Pour tout nombre a , b et c : « Si $a = b$, Alors $a \times c = b \times c$ ».

Pour tout nombre a , b et c : « Si $a = b$, Alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ » lorsque $c \neq 0$.

- Remarque : les propriétés énoncées ci-dessus sont à la base du processus de résolution d'une équation. En ajoutant une même quantité, en soustrayant une même quantité aux deux membres de l'égalité ou bien en multipliant, en divisant les deux membres de l'égalité par un même nombre non nul, on essaye par étapes successives d'isoler l'inconnue (la lettre) afin de déterminer sa valeur. Lorsque l'inconnue est isolée, l'équation est résolue. On peut ensuite vérifier son travail en remplaçant la lettre par sa valeur.

Exemple : Résous l'équation $7x + 2 = 4x + 9$.

$$7x + 2 = 4x + 9$$

$$7x + 2 - 4x = 4x + 9 - 4x$$



On élimine les termes en x dans le membre de droite en retranchant $4x$ aux deux membres.

$$3x + 2 = 9$$

$$3x + 2 - 2 = 9 - 2$$



On isole le terme en x dans le membre de gauche en retranchant 2 aux deux membres.

$$3x = 7$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{7}{3}$$

$$x = \frac{7}{3}$$



On cherche la valeur de l'inconnue x en divisant les deux membres par 3 .

Ainsi $7x + 2 = 4x + 9$ pour l'unique solution $x = \frac{7}{3}$.

Puis, on vérifie que $\frac{7}{3}$ est une solution de l'équation $7x + 2 = 4x + 9$ en appliquant la **partie I**.

Résolution de problème

- **Définition :** mettre en équation un problème, c'est traduire son énoncé par une égalité mathématique faisant intervenir une ou plusieurs lettres. C'est-à-dire, traduire son énoncé par une équation. Résoudre le problème revient alors à résoudre l'équation.

Exemple : Trouve le nombre tel que son quintuple augmenté de 7 soit égal à 3.

Étape n°1 : Choix de l'inconnue	Soit x le nombre cherché. \longrightarrow	On note généralement l'inconnue x .
Étape n°2 : Mise en équation	Le quintuple du nombre augmenté de 7 est $5x + 7$. $5x + 7 = 3$	\longrightarrow On exprime les informations données dans l'énoncé en fonction de x . \longrightarrow La phrase de l'énoncé se traduit ainsi.
Étape n°3 : Résolution de l'équation	$5x + 7 = 3$ $5x + 7 - 7 = 3 - 7$ $5x = -4$ $x = \frac{-4}{5}$	\longrightarrow On résout l'équation à l'aide des propriétés de la partie II .
Étape n°4 : Vérification que la valeur trouvée est solution du problème	$5 \times \left(-\frac{4}{5}\right) + 7 = -4 + 7 = 3$	\longrightarrow On calcule. Le quintuple de $-\frac{4}{5}$ augmenté de 7 est égal à 3.
Étape n°5 : Conclusion	Le nombre cherché est donc $-\frac{4}{5}$.	

Comparaison de nombres – Notion d'ordre

- **Propriété :** on **ne change pas** le sens d'une inégalité si on **ajoute** ou si on **soustrait** un **même nombre** à ses deux membres.
- **Propriété :** on **ne change pas** le sens d'une inégalité si on **multiplie** ou si on **divise** ses deux membres par un **même nombre positif non nul**.
- **Propriété :** par contre, on **change le sens** d'une inégalité si on **multiplie** ou si on **divise** ses deux membres par un **même nombre négatif non nul**.